Medie Ponderate (o Pesate)

(Appendice cap.1)

Per ogni dato statistico $x_1,..,x_n$ consideriamo la distribuzione delle frequenze $f_1,..,f_n$, o, equivalentemente, la distribuzione delle frequenze relative (spesso chiamate "pesi") definite da:

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \frac{f_i}{F} \qquad i = 1,\dots,n \qquad \text{con} \qquad F = \sum_{i=1}^{n} f_i$$

Per le frequenze relative, evidentemente, vale la relazione:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$$

Allora la **media aritmetica «pesata» o «ponderata»** è definita da :

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + \dots + x_n f_n}{f_1 + .. + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

La **media geometrica «pesata» o «ponderata»** è definita da :

$$x_{geom} = \sqrt[F]{x_1^{f_1} \cdot \dots \cdot x_n^{f_n}} = \sqrt[F]{\prod_{i=1}^{n} x_i^{f_i}} \qquad \text{con}\, \mathrm{F} = \sum_{i=1}^{n} f_i$$

Infine, la **media armonica «pesata» o «ponderata»** è definita da :

$$x_{harm} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{f_i}{x_i}} = \frac{F}{\sum_{i=1}^{n} \frac{f_i}{x_i}}$$

Per le medie aritmetiche, geometriche ed armoniche, siano esse semplici o ponderate, valgono le diseguaglianze:

$$x_{harm} \le x_{geom} \le \bar{x}$$

Esempio:

Sia data la sequenza di dati statistici così distribuiti:

x_i	1	2	3	4	5	6
f_i	2	3	2	5	6	2

Abbiamo: $F = \sum_{i=1}^{n} f_i = 20$

- Media Aritmetica (ponderata):

$$\sum_{i=1}^{n} x_i f_i = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + 6 \cdot 1 = 76 \qquad \bar{x} = \frac{76}{20} = 3{,}8$$

- Media Geometrica (ponderata)

$$\prod_{i=1}^{n} x_i^{f_i} = 1^2 \cdot 2^3 \cdot \dots \cdot 6^2 = 41.472.000.000 \qquad x_{geom} = \sqrt[20]{41.472.000.000} \cong 3{,}395$$

- Media Armonica (ponderata)

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{f_i}{x_i} = \frac{2}{1} + \frac{3}{2} + \dots + \frac{2}{6} = 6{,}95 \qquad x_{harm} = \frac{20}{6{,}95} \cong 2{,}878$$